مسائل فصل ۱۰

۱- فرض کنید $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N\left(0,\sigma^2\right)$ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \qquad vs \qquad H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2$$

الف) برای زوج (α, β) داده شده فاصله تقریبی SPRT را بدست آورید ؛

ب) برای زوج (α, β) داده شده تعداد متوسط اندازه نمونه به روش SPRT و اندازه نمونه لازم به روش لم نیمن پیرسون را بدست آورده و با هم مقا یسه کنید .

$$R_m\left(x_1 \ldots x_m\right) = \prod_{i=1}^{m} \frac{\sigma_0 e^{-\frac{1}{2\sigma_1^2}x_i^2}}{\sigma_1 e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}x_i^2}} = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^n \exp\left\{\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^{m} x_i^2 - \frac{1}{2\sigma_1^2}\sum_{i=1}^{m} x_i^2\right\}$$

$$= \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^m \exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)\right\}$$

برای زوج (α, β) کرانهای تقریبی برابر با :

$$A \approx \frac{1-\beta}{\alpha} \qquad \& \qquad B \approx \frac{\beta}{1-\alpha}$$

تا زمانی که $B < R_m < A$ باشد باید به نمونه گیری برای مشاهده بعدی ادامه دهیم یعنی در مر حله m ام به نمونه گیری ادامه خواهیم داد

$$B < \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^m \exp\left\{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} x_i^2 \left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)\right\} < A$$

$$b = \ln B < m \ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)\sum_{i=1}^{m} x_i^2 < \ln A = a$$

$$\frac{b - m\ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1}}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)} < \sum_{i=1}^{m} x_i^2 < \frac{a - m\ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1}}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)}$$

ب) ابتدا از طریق لم نیمن پیرسن داریم

$$\alpha = p_{H_0}\left(\bar{x}^2 \geq c\right)$$

$$\beta = p_{H_1}\left(\bar{x}^2 < c\right)$$

APPROVED

$$\alpha = p\left(\chi_n^2 \ge \frac{nc}{\sigma_0^2}\right) \Rightarrow \chi^2_{(n,1-\alpha)} = \frac{nc}{\sigma_0^2} \Rightarrow c = \frac{\sigma_0^2}{n}\chi^2_{(n,1-\alpha)}$$

$$\beta = p_{H_1}\left(\chi_n^2 \ge \frac{nc}{\sigma_1^2}\right) \Rightarrow \chi^2_{(n,\beta)} = \frac{nc}{\sigma_1^2} \Rightarrow c = \frac{\sigma_1^2}{n}\chi^2_{(n,\beta)}$$

$$\frac{\chi^2_{(n,1-\alpha)}}{\chi^2_{(n,\beta)}} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_0^2}$$

و از طریق SPRT

$$R_1(x_1) = \frac{\sigma_0}{\sigma_1} e^{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}\right)x_1^2}$$

$$Z_1 = \ln R_1(x_1) = \ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}\right)x_1^2$$

$$E_{H_0}(Z_1) = \ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}\right)\sigma_0^2$$

$$E_{H_1}(Z_1) = \ln\frac{\sigma_0}{\sigma_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_0^2}-\frac{1}{\sigma_1^2}\right)\sigma_1^2$$

$$E_{H_0}(N) \approx \frac{a\alpha + b(1-\alpha)}{\frac{1}{2}\ln k + \frac{1}{2}(1-k)} \qquad k = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_1^2}$$

$$E_{H_1}(N) \approx \frac{a(1-\beta) + b\beta}{\frac{1}{2}\ln k + \frac{1}{2}(1-k)}$$

حا ل به ازاء $\alpha = \beta = 0.05$ داریم : $\sigma_0^2 = 1\ ,\ \sigma_1^2 = 2 \qquad a = -b = 2.94$

$$E_{H_0}(N) = 27.4 \qquad E_{H_1}(N) = 17.5$$

از طریق لم نیمن پیرسن با جایگذاری مقادیر مختلف مقدار تقریبی ۴۸= n بدست می آید :

$$\frac{E_{H_0}(N)}{n} = \frac{27.4}{47} = 0.58 \qquad \frac{E_{H_1}(N)}{n} = \frac{17.5}{47} = 0.38$$

که تا حدودی فرض نصف بودن تعداد نمونه لازم در روش SPRT نسبت به MP برقرار است .

۲- فرض کنید ... $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(0,\theta)$ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0 : \theta = \theta_0 \qquad vs \qquad H_1 : \theta = \theta_1$$

الف) با انتخاب $\alpha = \beta = 0.1$ فاصله تقریبی SPRT را بدست آورید ؛

ب) برای $\alpha = \beta = 0.05$; $E_{H_0}(N)$ و $E_{H_1}(N)$ را بدست آورید .

الف)

$$R_m\left(x_1 \ldots x_m\right)=\left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^m \frac{\mathrm{I}_{(0,\theta_1)}\left(x_{(m)}\right)}{\mathrm{I}_{(0,\theta_0)}\left(x_{(m)}\right)}$$

$$A=9 \qquad B=\frac{1}{9} \qquad a=-b=2.2$$

$$\frac{1}{9}<\left(\frac{\theta_0}{\theta_1}\right)^m \frac{\mathrm{I}_{(0,\theta_1)}\left(x_{(m)}\right)}{\mathrm{I}_{(0,\theta_0)}\left(x_{(m)}\right)}<9 \Rightarrow -2.2-m \ln \frac{\theta_0}{\theta_1}<\ln \mathrm{I}_{(0,\theta_1)}\left(x_{(m)}\right)-\ln \mathrm{I}_{(0,\theta_0)}\left(x_{(m)}\right)<2.2-m \ln \frac{\theta_0}{\theta_1}$$

ب)

$$Z_1=\ln R_1(x)=m \ln \frac{\theta_0}{\theta_1}+\left(\ln \mathrm{I}_{(0,\theta_1)}\left(x_1\right)-\ln \mathrm{I}_{(0,\theta_0)}\left(x_1\right)\right)$$

$$E_{H_0}=m \ln \frac{\theta_0}{\theta_1}+0\, p\left(0<x_1<\theta_0\right)+\infty\, p\left(\theta_0<x_1<\theta_1\right)$$

۳- فرض کنید $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $E(\theta)$ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0: \theta=4 \qquad vs \qquad H_1: \theta=3$$

الف) با انتخاب $\alpha=\beta=0.1$ نواحی سه گانه را تعیین کنید ؛

ب) با انتخاب $\beta=0.01$ و $\alpha=0.05$ ، $E_{H_0}(N)$ و $E_{H_1}(N)$ را بدست آورید .

الف) بنا به مثال ۱۰-۲ صفحه ی ۴۲۲ داریم :

$$\ln 9+m \frac{\ln \frac{4}{3}}{4-3}<\sum_{i=1}^m x_i<\frac{-\ln 9}{4-3}+m \frac{\ln \frac{4}{3}}{4-3}$$

$$2.2+2.87\, m<\sum_{i=1}^m x_i<-2.2+2.87\, m$$

ب)

$$R_1\left(x_1\right)=\frac{\theta_1}{\theta_0} e^{-\theta_1 x_1+\theta_0 x_1}$$

$$Z_1=\ln \frac{\theta_1}{\theta_0}+\left(\theta_0+\theta_1\right) x_1$$

$$E_{H_0}\left(Z_1\right)=-0.037 \qquad E_{H_1}\left(Z_1\right)=0.0456 \qquad a=2.98 \quad b=-4.55$$

$$E_{H_0}(N)=\frac{2.98 \times 0.05-4.55 \times 0.95}{-0.037}=112.8, E_{H_1}(N)=\frac{2.98 \times 0.99-4.55 \times 0.01}{0.0456}=63.7$$

۴- فرض کنید $x_1,x_2,...$ **دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان** $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ **باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون های زیر را انجام دهیم :**

$$i\,)H_0:\mu=12,\sigma=4 \qquad vs \qquad H_1:\mu=10,\sigma=2$$

$$i\,)H_0:\mu=10,\sigma=4 \qquad vs \qquad H_1:\mu=12,\sigma=2$$

الف) با انتخاب $\alpha=\beta=0.05$ **نواحی سه گانه را تعیین کنید ؛**

ب) با انتخاب $\alpha=\beta=0.01$ **تعداد متوسط اندازه نمونه به روش SPRT و اندازه لازم به روش لم نیمن پیرسن را بدست آورید و با هم مقایسه کنید .**

۵- فرض کنید ز $x_1,x_2,...$ **دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان** $NB\left(r,\theta\right)$ **باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :**

$$H_0:\theta=\theta_0 \qquad vs \qquad H_1:\theta=\theta_1 \quad \theta_1<\theta_0$$

الف) برای زوج $\left(\alpha,\beta\right)$ **داده شده فاصله تقریبی SPRT را بدست آورید ؛**

ب) برای زوج $\left(\alpha,\beta\right)$ **داده شده** $E_{H_0}\left(N\right)$ **و** $E_{H_1}\left(N\right)$ **را بدست آورید .**

$$f_\theta\left(x_1...x_m\right)=\prod_{i=1}^{m}\binom{r+x_i-1}{x_i}\theta^r\left(1-\theta\right)^{x_i}=\prod_{i=1}^{m}\binom{r+x_i-1}{x_i}\theta^{mr}\left(1-\theta\right)^{\sum_{i=1}^{m}x_i}$$

$$R_m\left(x_1...x_m\right)=\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^{\sum_{i=1}^{m}x_i}\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^{mr}$$

$$B<\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^{\sum_{i=1}^{m}x_i}\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)^{mr}<A\Rightarrow b<rm\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)+\ln\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)\sum_{i=1}^{m}x_i<a$$

$$\frac{b-rm\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)}{\ln\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)}<\sum_{i=1}^{m}x_i<\frac{a-rm\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)}{\ln\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)}$$

ب)

$$Z_1=r\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)+\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)x_1$$

$$E_{H_0}\left(Z_1\right)=r\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)+\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)\frac{r\left(1-\theta_0\right)}{\theta_0}=r\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)+\frac{r\left(1-\theta_1\right)}{\theta_0}$$

$$E_{H_1}\left(Z_1\right)=r\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}\right)+\frac{r\left(1-\theta_1\right)^2}{\theta_1\left(1-\theta_0\right)}$$

$$E_{H_0}(N)=\frac{a\alpha+b(1-\alpha)}{E_{H_0}(Z_1)} \quad , \quad E_{H_1}(N)=\frac{a(1-\beta)+b\beta}{E_{H_1}(Z_1)}$$

۶- فرض کنید $x_1,x_2,...$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $\beta(1,\theta)$ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0:\theta=\theta_0 \qquad vs \qquad H_1:\theta=1-\theta_0 \quad \left(0<\theta_0<\frac{1}{2}\right)$$

الف) فرض کنید k و j دو عدد صحیح و مثبت و $c=\ln\left(\frac{1-\theta_0}{\theta_0}\right)$ باشد ، اگر $\ln B=-jc$ و $\ln A=kc$ باشد ، مقادیر α و β را بدست آورید .

ب) مقادیر $E_{H_0}(N)$ و $E_{H_1}(N)$ را محاسبه کنید .

الف)

$$\left.\begin{aligned} A&=e^{kc}=\frac{1-\beta}{\alpha}\Rightarrow 1-\beta=\alpha e^{kc}\\ B&=e^{-jc}=\frac{\beta}{1-\alpha}\Rightarrow \beta=e^{-jc}-\alpha e^{-jc}\end{aligned}\right\}\Rightarrow 1=e^{-jc}+\alpha\left(e^{kc}-e^{-jc}\right)$$

$$\alpha=\frac{1-e^{-jc}}{e^{kc}-e^{-jc}}$$

$$\beta=1-\frac{e^{kc}\left(1-e^{-jc}\right)}{e^{kc}-e^{-jc}}=\frac{e^{-jc}\left(e^{kc}-1\right)}{e^{kc}-e^{-jc}}$$

$$R_1(x_1)=\frac{(1-\theta_0)^{x_1}\theta_0^{1-x_1}}{(1-\theta_0)^{1-x_1}\theta_0^{x_1}}=\frac{\theta_0}{1-\theta_0}\left(\frac{1-\theta_0}{\theta_0}\right)^{2x_1}$$

ب)

$$Z_1=\ln\frac{\theta_0}{1-\theta_0}+2x_1\ln\left(\frac{1-\theta_0}{\theta_0}\right)=-c+2cx_1$$

$$E_{H_0}(Z_1)=-c+2c\theta_0$$

$$E_{H_1}(Z_1)=-c+2c(1-\theta_0)=c-2c\theta_0$$

$$E_{H_0}(N)=\frac{k\left(1-e^{-jc}\right)+j\left(e^{kc}-1\right)}{(2\theta_0-1)\left(e^{kc}-e^{-jc}\right)}$$

$$E_{H_1}(N)=\frac{ke^{kc}\left(1-e^{-jc}\right)+je^{-jc}\left(e^{kc}-1\right)}{(1-2\theta_0)\left(e^{kc}-e^{jc}\right)}$$

۷- فرض کنید $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $p(\lambda)$ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0 : \lambda = 1 \qquad vs \qquad H_1 : \lambda = 2$$

الف) برای زوج (α, β) داده شده فاصله تقریبی SPRT را بدست آورید ؛
ب) برای $\alpha = \beta = 0.05$ ، $E_{H_0}(N)$ و $E_{H_1}(N)$ را محاسبه کنید .

الف)

$$R_m(x_1 \ldots x_m) = e^{m\lambda_0 - m\lambda_1}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{\sum_{i=1}^{m} x_i}$$

$$b < m\lambda_0 - m\lambda_1 + \sum_{i=1}^{m} x_i \ \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0} < a$$

$$\frac{b}{\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}} + \frac{m(\lambda_1 - \lambda_0)}{\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}} < \sum_{i=1}^{m} x_i < \frac{a}{\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}} + \frac{m(\lambda_1 - \lambda_0)}{\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}}$$

ب)

$$R_1(x_1) = e^{\lambda_0 - \lambda_1}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{x_1}$$

$$Z_1 = \lambda_0 - \lambda_1 + x_1 \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$$

$$E_{H_0}(Z_1) = (\lambda_0 - \lambda_1) + \lambda_0 \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$$

$$E_{H_1}(Z_1) = (\lambda_0 - \lambda_1) + \lambda_1 \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$$

$$a = -b = 2.944$$

$$E_{H_0}(N) = \frac{-2.65}{E_{H_0}(Z_1)} \qquad \& \qquad E_{H_1}(N) = \frac{2.65}{E_{H_1}(Z_1)}$$

۸- فرض کنید $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان پواسن بریده شده در صفر با پارامتر λ باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0 : \lambda = \lambda_0 \qquad vs \qquad H_1 : \lambda = \lambda_1$$

الف) با انتخاب $\alpha = \beta = 0.05$ نواحی سه گانه را تعیین کنید ؛
ب) برای $\alpha = \beta = 0.01$ و $E_{H_0}(N)$ و $E_{H_1}(N)$ را محاسبه کنید .

الف)

$$X_1, X_2, \ldots \quad \frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}\left(\frac{\lambda_1^{x_1}}{x_1!}\right) \qquad x = 1,2,\ldots$$

$$R_m\left(x_1 \ldots x_m\right) = e^{m\lambda_0 - m\lambda_1}\left(\frac{1-e^{-\lambda_0}}{1-e^{-\lambda_1}}\right)^m \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{\sum_{i=1}^m x_i}$$

$$B < e^{m(\lambda_0-\lambda_1)}\left(\frac{1-e^{-\lambda_0}}{1-e^{-\lambda_1}}\right)^m \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{\sum_{i=1}^m x_i} < A$$

$$b < m\left(\lambda_0 - \lambda_1 + \ln\left(\frac{1-e^{-\lambda_0}}{1-e^{-\lambda_1}}\right)\right) + \sum_{i=1}^m x_i \ln\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right) < a$$

$$\frac{-2.94}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_0} + m\,\frac{\left(\lambda_0 - \lambda_1 + \ln\left(1-e^{-\lambda_0}\right) - \ln\left(1-e^{-\lambda_1}\right)\right)}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_0} < \sum_{i=1}^m x_i$$

$$< \frac{2.94}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_0} + m\,\frac{\left(\lambda_0 - \lambda_1 + \ln\left(1-e^{-\lambda_0}\right) - \ln\left(1-e^{-\lambda_1}\right)\right)}{\ln\lambda_1 - \ln\lambda_0}$$

ب)

$$R_1\left(x_1\right) = e^{\lambda_0 - \lambda_1}\left(\frac{1-e^{-\lambda_0}}{1-e^{-\lambda_1}}\right)\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{x_1}$$

$$Z_1 = \left(\lambda_0 - \lambda_1\right) + \ln\left(1-e^{-\lambda_0}\right) - \ln\left(1-e^{-\lambda_1}\right) + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}x_1 = c + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}x_1$$

$$E_{H_0}\left(Z_1\right) = c + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{\lambda_0}{1-e^{-\lambda_0}}$$

$$E_{H_1}\left(Z_1\right) = c + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{\lambda_1}{1-e^{-\lambda_1}}$$

$$a = -b = 4.6$$

$$E_{H_0}\left(N\right) = \frac{-4.508}{c + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{\lambda_0}{1-e^{-\lambda_0}}} \qquad \& \qquad E_{H_1}\left(N\right) = \frac{4.508}{c + \ln\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\frac{\lambda_1}{1-e^{-\lambda_1}}}$$

۹- فرض کنید $x_1, x_2, \ldots$ دنباله ای از متغیر های تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N\left(\mu, \sigma^2\right)$ ، σ معلوم باشد ؛ می خواهیم به روش SPRT آزمون زیر را انجام دهیم :

$$H_0: \mu = \mu_0 \qquad vs \qquad H_1: \mu = \mu_0 + \delta \qquad \delta = \pm\delta_0$$

الف) برای زوج (α, β) داده شده نواحی سه گانه را تعیین کنید ؛

ب) برای $\mu_0 = 500$; $\sigma = 50$; $\delta = \pm 50$; $\alpha = 0.05$; $\beta = 0.1$ و $E_{H_0}\left(N\right)$ و $E_{H_1}\left(N\right)$ را محاسبه کنید .

الف)

$$R_m\left(x_1 \ldots x_m\right)=e^{\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)^2-\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0-\delta\right)^2\right)}$$

$$B<e^{\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)^2-\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)^2+2\delta\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)^2-m\delta^2\right)}<A$$

$$b<e^{\frac{1}{2\sigma^2}\left(2\delta\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)^2-m\delta^2\right)}<a$$

$$\frac{\sigma^2 b}{\delta}+m\frac{\delta}{2}<\sum_{i=1}^{m}\left(x_i-\mu_0\right)<\frac{\sigma^2 a}{\delta}+m\frac{\delta}{2}$$

$$\frac{\sigma^2 b}{\delta}+m\left(\frac{\delta}{2}+\mu_0\right)<\sum_{i=1}^{m}x_i<\frac{\sigma^2 a}{\delta}+m\left(\frac{\delta}{2}+\mu_0\right)$$

ب)

$$Z_1=\frac{1}{2\sigma^2}\left(2\delta\left(x_1-\mu_0\right)-\delta^2\right)$$

$$E_{H_0}\left(Z_1\right)=\frac{-\delta^2}{2\sigma^2}$$

$$E_{H_1}\left(Z_1\right)=\frac{1}{2\sigma^2}\left(2\delta\left(\mu_0+\delta-\mu_0\right)-\delta^2\right)=\frac{\delta^2}{2\sigma^2}$$

$$a=2.89 \qquad b=-2.25$$

$$E_{H_0}\left(Z_1\right)=-\frac{1}{2} \qquad E_{H_1}\left(Z_1\right)=\frac{1}{2}$$

$$E_{H_0}\left(N\right)=3.986 \qquad E_{H_1}\left(N\right)=4.752$$